

Éléments d'Informatique Théorique

Série 8

L'espoir de cette série est d'aider à la compréhension de divers concepts vus jusqu'ici, en posant les problèmes sous un angle un peu différent de l'angle habituel: deux points de vue valent mieux qu'un! Elle est destinée à être faite pendant les TP de façon interactive, et n'est donc pas un document complet en soi.

Exercice 8.1

Définition 1 Une TM non déterministe est un algorithme M avec deux bandes d'entrées: la bande d'"entrée" et la bande de "choix". On définit $L(M)$ par: $L(M) := \{x \mid \exists y M(x, y) = 1\}$.

Ecrire un algorithme A (dans votre langage de prédilection) prenant en paramètre une TM non déterministe M , t.q. $[\forall x A_M(x) = 1] \Leftrightarrow [x \in L(M)]$.

Exercice 8.2 Démontrer informellement que cette définition de TM correspond à celle du cours.

Exercice 8.3 Donner la définition informelle d'un énumérateur. Matériel à disposition: un ordinateur et une imprimante...

Exercice 8.4 Soit M une TM. Quel est le langage énuméré par un énumérateur exécutant l'algorithme A suivant:

```
Begin(A)
  i := 0;
  While ( i ≥ 0 ) {
    Compute  $s_i$ ; #  $s_i$  est le  $i$ ème mot de l'ordre canonique.
    Compute  $M(s_i)$ ;
    If (  $M(s_i) = 1$  ) { Print  $s_i$  };
    i := i + 1;
  }
End(A)
```

Exercice 8.5 Montrer qu'un langage peut être énuméré par un énumérateur ssi il peut être accepté par une TM.

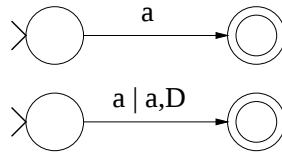
Exercice 8.6 Quel est le “problème” avec la TM suivante, qui semble décider le langage des polynômes avec au moins une racine.

Input: p un polynôme multivarié.

- Soit $p = p(X_1, \dots, X_k)$.
- Essayer chaque valeurs possibles de $(x_1, \dots, x_k) \in \mathbb{N}^k$.
- Evaluer p sur chacune de ces valeurs.
- Si $\exists$ une valeur t.q. $p(x_1, \dots, x_k) = 0$, accepter.
- Sinon rejeter.

Exercice 8.7 Imaginez un protocole permettant d’accepter les langages acceptés par une TM non déterministe. Matériel à disposition: un “vérificateur”, qui est un ordinateur. Personel à disposition: M.Dupont, qui est capable d’intuition... Monsieur Dupont peut parler à l’ordinateur, (via le clavier), et est capable d’une intuition surprenante, néanmoins, il arrive que son intuition le trompe, et qu’il fasse une erreur. (Heureusement, le “vérificateur” ne se laisse pas tromper, lui).

Exercice 8.8 Quels sont les langages acceptés par l’AFN et la TM suivants:



Attention, les deux lanagages sont différents!!!