

# Éléments d'Informatique Théorique

## Série 7

### Machines de Turing

*Turing Machines probably epitomize the worst nightmare of programmers and computer scientists, but they are an invaluable tool used by mathematicians to define and establish complexity classes.*  
Adriano BARENCO

**Exercice 7.1** *Construisez les machines de Turing acceptant les langages définis sur  $\Sigma = \{ a, b, c \}$ .*

$$\begin{aligned} L_1 &= \{w cw \mid w \in \{ a, b \}^+\}, \\ L_2 &= \{w cw^R \mid w \in \{ a, b \}^+\}, \\ L_3 &= \{ a^n b^{n^2} \mid n \geq 1 \}, \\ L_4 &= \{w \in \Sigma^* \mid \# a = \# b \text{ ou } \# a = \# c \}. \end{aligned}$$

(“#x” signifie le nombre de symboles x).  
Donnez la définition complète de la MT pour  $L_1$  avec une représentation graphique de sa fonction de transition, puis donnez une définition simplifiée des machines pour  $L_2$ ,  $L_3$  et  $L_4$  sous forme d'algorithme.

**Exercice 7.2** *Construisez une MT à une bande acceptant le langage  $L$  défini sur  $\Sigma = \{ a, b \}$  suivant:  $L = \{ a^n b^n \mid n \geq 0 \} \cup \{ a^n b^{2n} \mid n \geq 0 \}$ .*

**Exercice 7.3** *Construisez les machines de Turing calculant les fonctions suivantes.*

$$1) n^2, \quad 2) n!, \quad 3) \lfloor \log_2 n \rfloor.$$

**Exercice 7.4** *Construisez des machines de Turing non déterministes acceptant les langages:*

$$\begin{aligned} L_1 &= \{(a)^*(abb)^*(baa)^*\}, \\ L_2 &= \{ww^R uu^R \mid w, u \in \{a, b\}^*\}, \\ L_3 &= \{a^n \mid n = p^2 + q^2 \text{ et } p, q \geq 0\}. \end{aligned}$$

**Exercice 7.5** *Construisez une machine de Turing calculant les coefficients binomiaux:*

$$\binom{n}{k} = \begin{cases} \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} & \text{si } 0 < k < n \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

**Exercice 7.6** *Montrez qu'un langage  $L$  est accepté par une MT à une bande infinie des deux côtés ssi  $L$  est accepté par une MT à 1 seule bande.*