

Eléments d' informatique théorique

Série 15

Exercice 15.1 *Supposons que L soit accepté par une machine de Turing non déterministe telle qu'il existe un entier k tel que pour tout $x \in L$ il existe au moins un chemin qui atteint un état final en un temps borné par n^k . Remarquez que la machine peut boucler pour les autres chemins. Si cela est vrai, prouvez que L appartient à NP. Sinon, choisissez des conditions rendant cela vrai.*

Exercice 15.2 *Soient les fonctions suivantes :*

1. $f_1(n) = 2n^2$,
2. $f_2(n) = n^3 / \log n$,
3. $f_3(n) = 2n^2$ si n est pair et $n^2 \log n$ sinon.

Déterminez, pour tout i est j compris entre 1 et 3 si $f_i \sim O(f_j)$.

Définition 1 *Langage unique* On appelle L le langage unique d'une machine de Turing non déterministe M si

$L = \{w \mid \text{il n'y a qu'un seul chemin de } M \text{ qui accepte } w \text{ et tous les autres refusent}\}.$

Exercice 15.3 *Considérez les classes de complexité:*

$UNIQUE = \{L \mid \text{il existe une MT } M \text{ non déterministe bornée polynomialement en temps telle que } L \text{ est le langage unique de } M\},$

$co-UNIQUE = \{L \mid \overline{L} \in UNIQUE\}.$

Prouvez que $UNIQUE \subseteq PSPACE$ et que $co-UNIQUE \subseteq PSPACE$.

Exercice 15.4 *Prouvez que le problème suivant est NP-hard .*

Données: Un ensemble de variables U , un sous-ensemble B de l'ensemble des 16 connecteurs binaires possibles et une expression bien formée booléenne e sur U et B .

Problème: Existe-t-il une interprétation des variables satisfaisant l'expression e ?

Exercice 15.5 *Prouvez que le problème suivant est NP-complet .*

Données : une expression booléenne e de longueur n composée de variables et des connecteurs logiques $\wedge$, $\vee$ et $\neg$.

Problème : Existe-t-il une interprétation des variables qui rende l'expression e fausse (e n'est pas une tautologie) ?