Eléments d' informatique théorique
Série 13

Définition 1 *La classe $\mathcal{T}$ des langages dits "tally" est définie comme*

$$\mathcal{T} = \{L \mid L \subseteq \Sigma^* \cap \{0\}^*\}$$

La classe $\mathcal{S}$ des langages dits "sparse" est définie comme

$$\mathcal{S} = \{L \mid L \subseteq \Sigma^* \, et \; \exists c \forall n |\{w \mid w \in L \cap \Sigma^n\}| \leq n^c\}$$

La densité d'un langage L est définie par la fonction

$$d(n) = \frac{\textit{nombre de mots de longueur } n \textit{ de } L}{\textit{nombre de mots de longueur } n \textit{ de } \Sigma^*}$$

Exercice 13.1 *En considérant $\Sigma = \{0, 1\}$:*

1. *quelle est la densité d'un langage appartenant à $\mathcal{T}$?*
2. *quelle est la densité d'un langage appartenant à $\mathcal{S}$?*
3. *prouvez que $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{S}$!*

Définition 2 Class complémentaire *Pour une classe de langages C, la classe associée co-C est définie comme*

$$co\text{-}C = \{L \mid \overline{L} \in C\}$$

Exercice 13.2 *Prouvez que* co-DTIME$(f(n))$ = DTIME$(f(n))$

Exercice 13.3 *Prouvez que* DSPACE(2^{2^n+n}) *inclut strictement* DSPACE(2^{2^n}) *!*
Que peut-on dire de DTIME(2^{2^n+n}) *et* DTIME(2^{2^n}) *?*

Exercice 13.4 *Etablissez la relation entre les deux classes de complexité:*

1. DSPACE(n^2) *et* DSPACE$(f(n))$ *où* $f(n) = \begin{cases} n^3 & \textit{si } n \textit{ est pair,} \\ n & \textit{sinon.} \end{cases}$
2. DTIME(2^n) *et* DSPACE(5^n).