

# Eléments d' informatique théorique

## Série 1

**Exercice 1.1** La concaténation est-elle une opération commutative?

**Exercice 1.2** Soit  $L$  un langage sur  $\Sigma$  un alphabet quelconque.  
On a par définition:

$$L^* \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L^i$$

Montrer que:

$$L^* = \{m : \exists k \in \mathbb{N} \quad m = m_1 \cdots m_k, \quad m_i \in L \cup \{\epsilon\}\}$$

**Exercice 1.3** Démontrez ou infirmez les affirmations suivantes:

1.  $(S^+)^* = (S^*)^*$
2.  $(L^*)^* = L^*$
3.  $(S^*)^+ = (S^+)^*$

**Exercice 1.4** Soit  $L$  un langage sur un alphabet  $\Sigma$  quelconque t.q.  $L$  contient au moins 2 mots non-vides différents:

$$i.e. \quad \exists m_1 \neq m_2 \in L \setminus \{\epsilon\}$$

Montrez que l' affirmation suivante est fausse:

$$\forall m_1, m_2 \in L \quad m_1 m_2 \in L \iff m_1 \neq m_2$$

**Exercice 1.5** Donnez le diagramme des états des automates acceptant les langages suivants:

- $L_1 = \{\omega \mid \omega \text{ commence par 1 et se termine par 0}\}$
- $L_2 = \{\omega \mid \omega \text{ ne contient pas la sous-chaîne 0101}\}$
- $L_3 = \{\omega \mid \omega \text{ contient un 1 à chaque position paire}\}$
- $L_4 = \{\epsilon, 0\}$
- $L_5 = \Sigma^+$

- $L_6 = \{\omega \mid |\omega| = 4\}$

**Exercice 1.6** Donnez la description formelle de l'automate ci-dessous.  
Quel est le langage accepté par cet automate?

